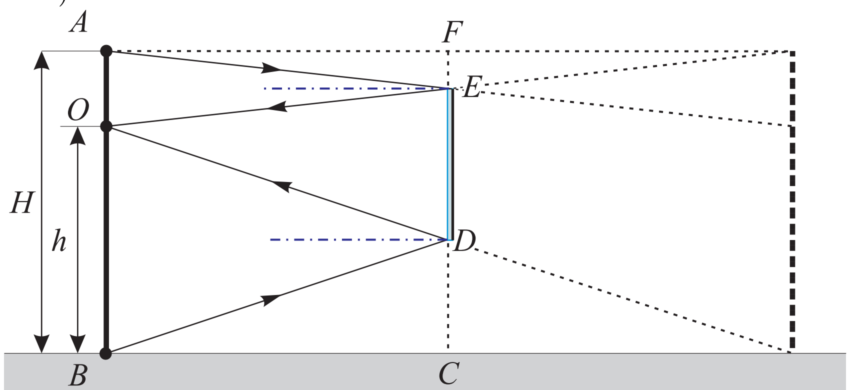
Ogledala

9.1. Koliku najmanju visinu treba da ima i na kojoj visini na zidu mora biti postavljeno ravno ogledalo, da bi čovek visok $H = 1,72\,m$ mogao u njemu da vidi ceo svoj lik? Čovekove oči nalaze se na visini $h = 1,60\,m$ od poda.

REŠENJE:

Visina ogledala i njegov položaj moraju da budu takvi da svetlosni zraci iz krajnjih tačaka A i B, posle refleksije od ogledala, stignu do čovekovih očiju (tačka O).



Na osnovu zakona odbijanja može se zaključiti da je:

$$\overline{CD} = \frac{\overline{OB}}{2} = \frac{h}{2} \quad \text{i} \quad \overline{EF} = \frac{\overline{OA}}{2} = \frac{H-h}{2} \ ,$$

a sa slike se vidi da je visina ogledala $\overline{DE}$:

$$\overline{DE} = H - \overline{CD} - \overline{EF} = H - \frac{h}{2} - \frac{H-h}{2} = \frac{H}{2} = \frac{1,72\,m}{2} = 0,86\,m.$$

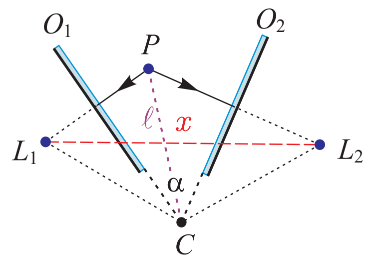
Gornja ivica ogledala treba da se nalazi na visini:

$$\overline{CE} = h + \overline{EF} = h + \frac{H-h}{2} = \frac{H+h}{2} = \frac{1,72\,m + 1,6\,m}{2} = 1,66\,m \ .$$

9.2. Mali predmet se nalazi između dva ravna ogledala postavljena pod uglom $\alpha = 30°$, na rastojanju $\ell = 8\,cm$ od linije preseka ogledala. Na kom međusobnom rastojanju x se nalaze prvi imaginarni likovi ovog predmeta u ogledalima?

REŠENJE:

Imaginarni likovi L_1 i L_2 nalaze se na istoj udaljenosti od ogledala kao i predmet P.



To znači da je:

$$\overline{CL_1} = \ell \quad \text{i} \quad \overline{CL_2} = \ell\ ,$$

a takođe i da je ugao $\angle L_1CL_2 = 2\,\alpha$. Na osnovu kosinusne teoreme je:

$$x^2 = \ell^2 + \ell^2 - 2\,\ell^2 \cos 2\,\alpha$$

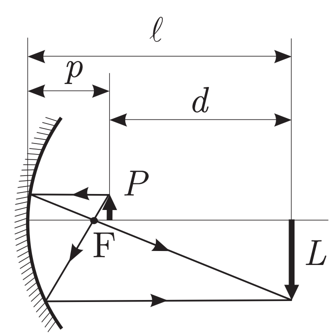
i konačno:

$$x = \ell\sqrt{2\,(1 - \cos 2\,\alpha)} = 8\,cm\ .$$

9.3. Konkavno sferno ogledalo daje realan lik koji je tri puta veći od predmeta. Kolika je žižna daljina ogledala, ako je rastojanje između predmeta i njegovog lika $d = 20\,cm$?

REŠENJE:

Žižna daljina ogledala dobija se iz jednačine konkavnog sfernog ogledala:



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\ell}\ ,$$

odakle je:

$$f = \frac{p \cdot \ell}{p + \ell}\ . \tag{1}$$

Kako je uvećanje ogledala:

$$u = \frac{L}{P} = \frac{\ell}{p} = 3 \tag{2}$$

i kako se sa slike vidi veza:

$$\ell - p = d \ , \tag{3}$$

rešavanjem sistema jednačina (2) i (3) dobija se:

$$p = \frac{d}{u-1} \quad \text{i} \quad \ell = d \cdot \frac{u}{u-1} \ .$$

Zamenom ovih izraza u (1), za žižnu daljinu se dobija:

$$f = \frac{u \cdot d}{(u+1)(u-1)} = 7,5\,cm \ .$$

9.4. Svetao predmet nalazi se na rastojanju $p = \frac{2}{3} f$ od konveksnog ogledala. Kakav će biti i gde će se nalaziti lik ovog predmeta?

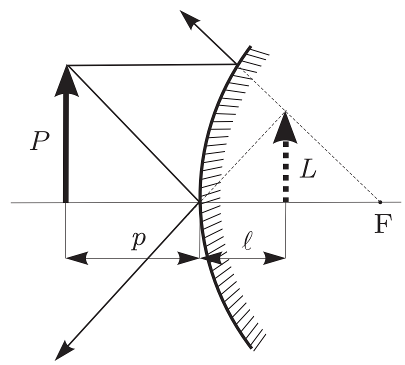
REŠENJE:

Jednačina konveksnog ogledala ima oblik:

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{\ell} \ ,$$

jer su žiža i lik koji daje konveksno ogledalo imaginarni. Udaljenost lika od temena ogledala je, prema tome:

$$\ell = \frac{p \cdot f}{p+f} \ , \qquad \text{tj.} \quad \ell = \frac{2}{5} f \ .$$



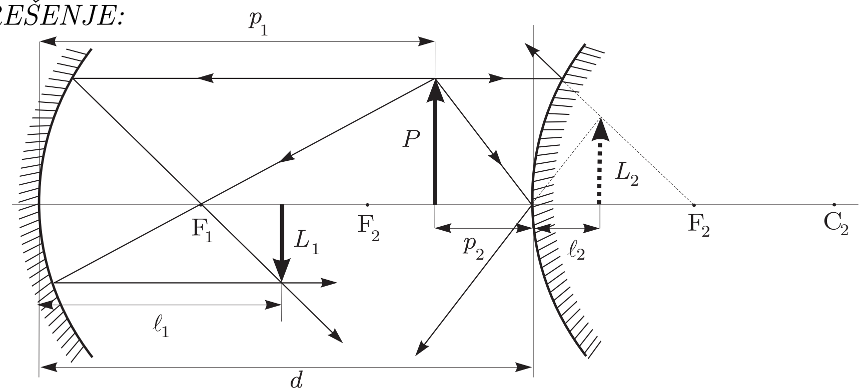
Uvećanje ogledala je:

$$u = \frac{L}{P} = \frac{\ell}{p} = \frac{3}{5} < 1 \ ,$$

što znači da je lik umanjen.

9.5. Konkavno i konveksno ogledalo jednakih poluprečnika krivine postavljena su na međusobnom rastojanju d ($d > R$) tako da im se optičke ose poklapaju. Na kom rastojanju p_1 od temena konkavnog ogledala treba postaviti predmet P da bi njegovi likovi u oba ogledala bili jednakih veličina?

REŠENJE:



Polazi se od izraza za uvećanje ogledala:

$$u_1 = \frac{L_1}{P} = \frac{\ell_1}{p_1} \ ,$$

$$u_2 = \frac{L_2}{P} = \frac{\ell_2}{p_2} \ .$$

Prema uslovu zadatka $L_1 = L_2$, sledi:

$$\frac{\ell_1}{p_1} = \frac{\ell_2}{p_2} \ . \tag{1}$$

Na osnovu jednačine za konkavno ogledalo:

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{R} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{\ell_1}$$

i konveksno ogledalo:

$$-\frac{1}{f} = -\frac{2}{R} = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{\ell_2} \, ,$$

sledi:

$$\ell_1 = \frac{f \cdot p_1}{p_1 - f} \ , \tag{2}$$

$$\ell_2 = \frac{f \cdot p_2}{p_2 + f} \ . \tag{3}$$

Ako se jednačine (2) i (3) uvrste u (1), dobija se:

$$p_2 + f = p_1 - f \, .$$

S obzirom da je $d = p_1 + p_2$, sledi $p_2 = d - p_1$. Tada je:

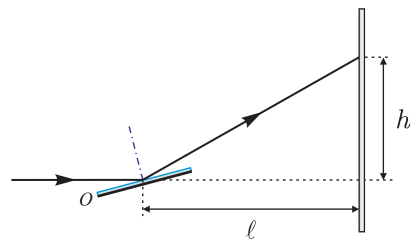
$$d - p_1 + f = p_1 - f \quad \Rightarrow \quad 2p_1 = 2f + d$$

i konačno:

$$p_1 = f + \frac{d}{2} \,.$$

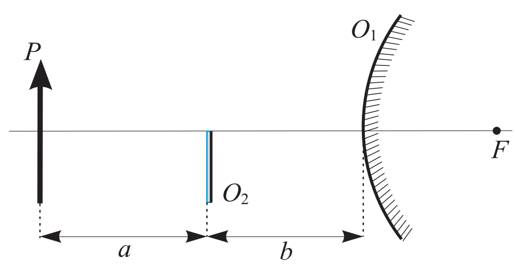
<u>Zadaci za samostalni rad</u>:

9.6. Horizontalni zrak svetlosti pada na vertikalni ekran. Ako se na put zraka postavi ravno ogledalce, udaljeno od ekrana za $\ell = 0,5\,m$, svetla tačka na ekranu pomeri se za $h = 3,5\,cm$. Pod kojim uglom pada zrak na ogledalce?



9.7. Svetao predmet nalazi se na rastojanju $p = 3R$ od temena konkavnog sfernog ogledala poluprečnika krivine R. Za koliko puta će se povećati veličina lika predmeta u ogledalu ako se njegov poluprečnik krivine poveća dva puta?

9.8. Za određivanje žižne daljine konveksnog sfernog ogledala O_1 koristi se eksperiment prikazan na slici. Ravno ogledalo O_2 pomera se duž ose sfernog ogledala sve dok se likovi predmeta P u oba ogledala ne poklope, pri čemu su rastojanja $a = 30\,cm$ i $b = 10\,cm$. Kolika je žižna daljina sfernog ogledala?



9.9. Predmet veličine $P = 3\,mm$ postavljen je na udaljenosti $p = f/4$ od temena sfernog ogledala. Kolika će da bude veličina lika ovog predmeta ako je ogledalo konkavno, a kolika ako je konveksno?

Sočiva

10.1. Plankonveksno sočivo poluprečnika krivine $R = 10\,cm$ načinjeno je od stakla indeksa prelamanja $n = 1,5$. Kolika je žižna daljina ovog sočiva:

a) u vazduhu ;

b) u vodi indeksa prelamanja $n_1 = 4/3$?

c) Šta će se desiti ako se sočivo nalazi u sredini čiji je indeks prelamanja $n_1 = 3/2$, isti kao indeks prelamanja materijala od kojeg je napravljeno sočivo?

d) Kolika bi bila žižna daljina sočiva ako bi spoljna sredina imala indeks prelamanja $n_1 = 1,6$, dakle veći nego što je indeks prelamanja materijala sočiva? Kakav karakter bi imalo ovo sočivo?

REŠENJE:

a) U opštem slučaju žižna daljina sočiva se određuje iz relacije:

$$j = \frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) .$$

Kako je u ovom slučaju $R_1 = R$, $R_2 = \infty$, $n_2 = n$ i $n_1 = 1$, to je žižna daljina ovog sočiva u vazduhu:

$$f_1 = \frac{R}{n-1} = 20\,cm .$$

b) Žižna daljina sočiva u vodi iznosi:

$$f_2 = \frac{R}{\dfrac{n}{n_1} - 1} = 80\,cm .$$

c) Žižna daljina sočiva u sredini čiji je indeks prelamanja isti kao i indeks prelamanja sočiva ($n_2 = n_1$) je:

$$f = \frac{R}{\dfrac{n_2}{n_1} - 1} = \infty ,$$

što znači da sočivo gubi svoje osobine i da mu optička moć postaje jednaka nuli.

d) U sredini koja ima veći indeks prelamanja od sočiva, žižna daljina sočiva bi bila:

$$f = \frac{R}{\frac{n_2}{n_1} - 1} = -160\,cm \ .$$

Dakle, ovom slučaju se pomenuto sočivo ponaša kao rasipno.

10.2. U prozorskoj staklenoj ploči ostao je prilikom izrade prostor ispunjen vazduhom oblika bikonveksnog sočiva, čije granične površine imaju jednake poluprečnike krivina $R = 2\,mm$. Koliko iznosi žižna daljina ovog „sočiva”, ako je indeks prelamanja stakla $n = 1,52$?

REŠENJE:

Ponovo polazimo od jednačine:

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \ ,$$

ali je u ovom slučaju $n_2 = 1$, $n_1 \equiv n$ i $R_1 = R_2 \equiv R$:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1}{n} - 1\right)\frac{2}{R} \ ,$$

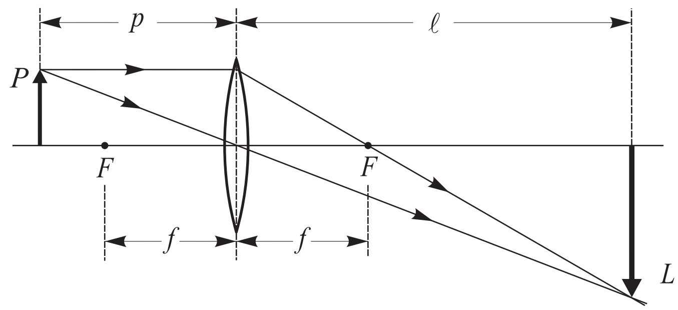
te je tražena žižna daljina:

$$f = \frac{R}{2\left(\frac{1}{n} - 1\right)} = \frac{2\,mm}{2\left(\frac{1}{1,52} - 1\right)} \approx -3\,mm \ ,$$

što znači da se opisani vazdušni prostor ponaša kao rasipno sočivo.

10.3. Pomoću simetričnog sabirnog sočiva čiji je poluprečnik krivine $R = 30\,cm$ dobija se realan lik nekog predmeta uvećan pet puta. Sočivo se nalazi u vazduhu, a načinjeno je od materijala čiji je indeks prelamanja $n = 1,50$. Odrediti rastojanje predmeta i lika u odnosu na sočivo.

REŠENJE:



Polazeći od jednačine sabirnog sočiva u obliku:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{\ell} = \frac{n - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = (n-1)\frac{2}{R} \ ,$$

jer je $R_1 = R_2 \equiv R$ (simetrično sočivo) i $n_1 = 1$ i uzimajući u obzir da je:

$$u = \frac{\ell}{p} = 5 \ ,$$

dobija se:

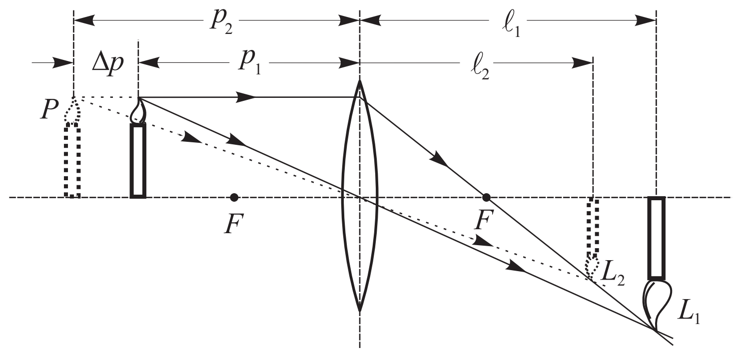
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{5p} = (n-1)\frac{2}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{6}{5p} = \frac{2(n-1)}{R}$$

i konačno:

$$p = \frac{3R}{5(n-1)} = 36\,cm, \quad \ell = 5p = 180\,cm \ .$$

10.4. Visina plamena sveće iznosi $5\,cm$. Sočivo, čiji je položaj fiksiran, pokazuje na zaklonu njegov lik visine $15\,cm$. Sveća se potom udalji za $\Delta p = 1,5\,cm$ od sočiva i pomeranjem zaklona ponovo se dobije oštar lik plamena visine $10\,cm$. Odrediti žižnu daljinu sočiva.

REŠENJE:



Prema uslovu zadatka je:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{\ell_1} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{\ell_2} \ ,$$

pri čemu je:

$$p_2 = p_1 + \Delta p \ ,$$

i

$$u_1 = \frac{L_1}{P} = \frac{\ell_1}{p_1} = 3 \quad \Rightarrow \quad \ell_1 = 3p_1 \ ,$$

$$u_2 = \frac{L_2}{P} = \frac{\ell_2}{p_2} = 2 \quad \Rightarrow \quad \ell_2 = 2p_2 = 2(p_1 + \Delta p) \ .$$

Dakle:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{3p_1} = \frac{1}{p_1 + \Delta p} + \frac{1}{2(p_1 + \Delta p)} \ ,$$

odnosno:

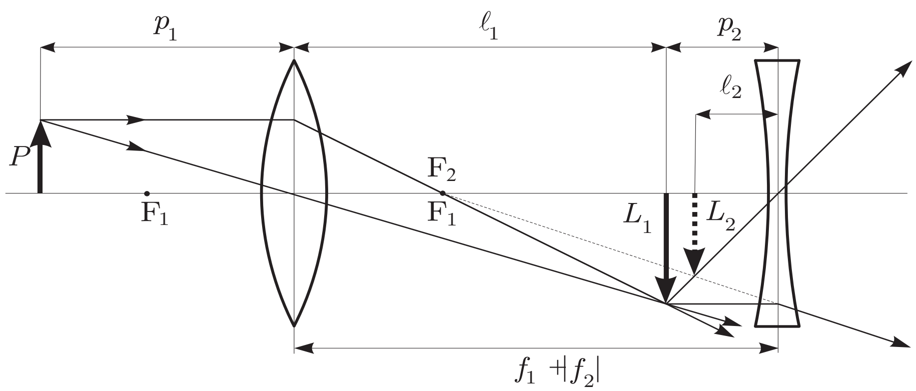
$$p_1 = 8\Delta p = 12\,cm \quad \text{i} \quad \ell_1 = 3p_1 = 36\,cm \ ,$$

na osnovu čega konačno proizilazi:

$$f = \frac{p_1 \cdot \ell_1}{p_1 + \ell_1} = 9\,cm \ .$$

10.5. Optički sistem se sastoji iz dva tanka sočiva od kojih je jedno sabirno žižne daljine $f_1 = 0,8\,m$, a drugo rasipno žižne daljine $f_2 = -1,2\,m$. Optičke ose sočiva se poklapaju, a međusobno rastojanje sočiva je jednako zbiru njihovih žižnih daljina. Na rastojanju $p_1 = 1,4\,m$ ispred sabirnog sočiva, izvan međusobnog rastojanja sočiva, postavljen je osvetljen predmet. Gde se nalazi krajnji lik predmeta? Da li bi se od datog predmeta mogao dobiti isti ovakav lik, na istom mestu, upotrebom samo jednog sočiva?

REŠENJE:



Na osnovu jednačine za sabirno sočivo:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{\ell_1}$$

sledi:

$$\ell_1 = \frac{p_1 \cdot f_1}{p_1 - f_1} = 1,87\,m \ .$$

Lik L_1 je predmet rasipnog sočiva i udaljen je od optičkog centra sočiva za:

$$p_2 = f_1 + |f_2| - \ell_1 = 0,13\,m \ .$$

Koristeći jednačinu za rasipno sočivo:

$$-\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{\ell_2} \ ,$$

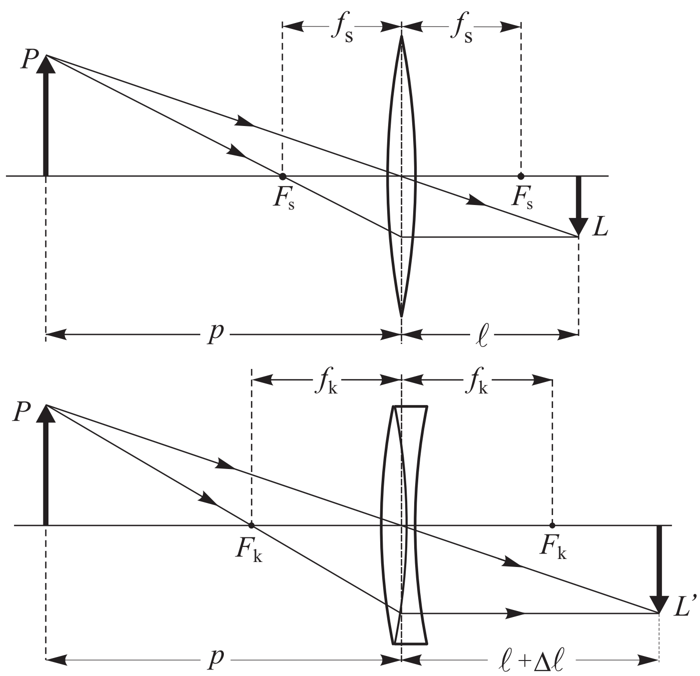
dobija se konačno:

$$\ell_2 = \frac{p_2 \cdot f_2}{f_2 + p_2} = 0,12\,m \ .$$

Krajnji lik je imaginaran i obrnut u odnosu na predmet P. Kako su imaginarni likovi uvek uspravni, jasno je da se ovakav lik ne može dobiti na istom mestu upotrebom samo jednog sočiva.

10.6. Sabirno sočivo žižne daljine f_s daje realan lik nekog predmeta na rastojanju $\ell = 25\,cm$ od svog optičkog centra. Kada se neposredno uz njega postavi jedno rasipno sočivo i napravi kombinacija sočiva, rastojanje lika poveća se za $\Delta\ell = 15\,cm$. Odrediti žižnu daljinu rasipnog sočiva.

REŠENJE:



Jednačina sabirnog sočiva je:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{\ell} = \frac{1}{f_s} \, ,$$

a kombinovanog:

$$\frac{1}{f_k} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_r} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\ell + \Delta\ell} \, .$$

Na osnovu ovih relacija proizilazi:

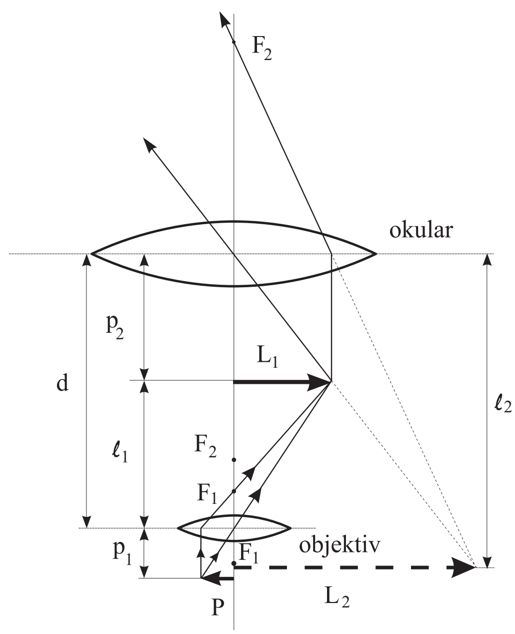
$$\frac{1}{f_r} = -\frac{\Delta\ell}{\ell(\ell + \Delta\ell)}$$

i konačno:

$$f_r = -\frac{\ell(\ell + \Delta\ell)}{\Delta\ell} = -66,7\,cm\ .$$

10.7. Objektiv mikroskopa ima optičku moć $j_1 = 40$ dioptrija, a okular $j_2 = 20$ dioptrija. Ispod objektiva nalazi se osvetljeni predmet (preparat) veličine $P = 0,02\,mm$ na rastojanju $p_1 = 2,8\,cm$ od optičkog centra objektiva. Konačan lik koji daje mikroskop formira se na daljini jasnog vida $s = \ell_2 = 25\,cm$ od okulara. Konstruisati konačni lik i odrediti ukupno uvećanje mikroskopa, kao i veličinu L_2 konačnog lika.

REŠENJE:



Konstrukcija konačnog lika je prikazana na slici. Žižna daljina objektiva iznosi:

$$f_1 = \frac{1}{j_1} = \frac{1}{40}\,m = 0,025\,m\ ,$$

a okulara:

$$f_2 = \frac{1}{j_2} = \frac{1}{20}\,m = 0,05\,m\ .$$

Na osnovu jednačine:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{\ell_1}\,,$$

udaljenost lika L_1 koji formira objektiv imaće vrednost:

$$\ell_1 = \frac{p_1 \cdot f_1}{p_1 - f_1} = \frac{2,8 \cdot 2,5}{2,8 - 2,5}\,cm = 23,3\,cm\ .$$

Lik L_1 igra ulogu predmeta za okular koji deluje kao lupa, tako da na osnovu jednačine:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{\ell_2}$$

i uslova zadatka $\ell_2 = s$, sledi:

$$p_2 = \frac{f_2 \cdot s}{f_2 + s} = \frac{5 \cdot 25}{5 + 25}\,cm = 4,17\,cm\ .$$

Prema tome, ukupno uvećanje mikroskopa može se odrediti kao:

$$u = u_1 \cdot u_2 = \frac{\ell_1}{p_1} \cdot \frac{s}{p_2} = 49,9 \simeq 50\ .$$

Kako je uvećanje određeno i relacijom:

$$u = \frac{L_1}{P} \cdot \frac{L_2}{L_1} = \frac{L_2}{P}\ ,$$

veličina konačnog lika biće:

$$L_2 = u \cdot P = 50 \cdot 0,02\,mm = 1\,mm\ .$$

10.8. Mikroskop ima objektiv žižne daljine $f_1 = 1\,cm$, a okular žižne daljine $f_2 = 3\,cm$. Razmak između objektiva i okulara je $d = 20\,cm$. Na kojoj udaljenosti od objektiva treba postaviti predmet da bi ga, gledajući kroz okular, videli na udaljenosti $\ell_2 = 22\,cm$? Koliko je linearno uvećanje mikroskopa?

REŠENJE:

Lik koji daje objektiv je predmet za okular i od njega je udaljen za p_2 (pogledati sliku u prethodnom zadatku). Pošto je po uslovu zadatka lik koji daje okular udaljen od njegovog optičkog centra za $\ell_2 = 22\,cm$, sledi:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{\ell_2} \quad \Rightarrow \quad p_2 = \frac{f_2 \cdot \ell_2}{f_2 + \ell_2} = \frac{3 \cdot 22}{3 + 22}\,cm = 2,64\,cm\,.$$

Lik koji daje objektiv mora biti udaljen od objektiva za:

$$\ell_1 = d - p_2 = (20 - 2,64)\,cm = 17,36\,cm \ .$$

Iz jednačine:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{\ell_1} \ ,$$

sledi da je:

$$p_1 = \frac{f_1 \cdot \ell_1}{\ell_1 - f_1} = 1,06\,cm \, .$$

Linearno uvećanje mikroskopa iznosi:

$$u = u_1 \cdot u_2 = \frac{\ell_1}{p_1} \cdot \frac{\ell_2}{p_2} = 136,5 \ .$$

Zadaci za samostalni rad:

10.9. Sočiva 10.8.

10.10. Sočiva 10.9.

Fizika oka i viđenja

11.1. Mrežnjača u ljudskom oku se nalazi na rastojanju $24\,mm$ od očnog sočiva. Oko se fokusira na predmet udaljen $2\,m$ i visine $40\,cm$. Odrediti žižnu daljinu očnog sočiva, kao i veličinu lika u mrežnjači.

REŠENJE:

Polazeći od jednačine:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\ell}$$

i uzimajući da je $p = 200\,cm$, $\ell = 2,4\,cm$ (lik se stvara u mrežnjači), sledi:

$$f = \frac{p \cdot \ell}{p + \ell} = 2,37\,cm\ .$$

Kao što se vidi, žižna daljina očnog sočiva je veoma bliska rastojanju lika ℓ, a to je posledica mnogo većeg rastojanja predmeta ($p \gg \ell$). Zbog toga i relativno velike promene veličine p ne zahtevaju znatnu promenu žižne daljine.

Veličinu lika u mrežnjači odredićemo polazeći od definicije uvećanja:

$$u = \frac{L}{P} = \frac{\ell}{p} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\ell}{p} P = \frac{2,4\,cm}{200\,cm}\,40\,cm = 0,48\,cm = 4,8\,mm\ .$$

11.2. Kolika je akomodacija (izražena u dioptrijama) neophodna, da bi normalno oko dobro videlo i daleke i bliske predmete? Daljina jasnog vida iznosi $s = 25\,cm$.

REŠENJE:

Daljnja tačka akomodacije je beskonačno udaljena, te je:

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{\ell} = j_{\,daleko}\ ,$$

gde je $\ell-$ rastojanje lika koji se formira u mrežnjači od očnog sočiva, dok je za blisku tačku:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{\ell} = j_{\,blisko}\ .$$

Prema tome, akomodacija oka jednaka je:

$$\Delta j = j_{blisko} - j_{daleko} = \frac{1}{s} + \frac{1}{\ell} - \frac{1}{\ell} = \frac{1}{s} = \frac{1}{25 \cdot 10^{-2} m} = 4\,D\,.$$

11.3. Kratkovid čovek može jasno da vidi predmet ako se nalazi na udaljenosti $50\,cm$ od oka. Kolika treba da bude optička moć naočara koje on mora da nosi?

REŠENJE:

Uloga sočiva naočara je da „pomeri" predmet iz beskonačnosti na rastojanje sa koga se on jasno vidi. Dakle, čovek treba da koristi naočare koje će davati imaginarni lik beskonačno udaljenog predmeta na rastojanju najmanje $50\,cm$. Iz:

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{\ell} = \frac{1}{f}\,,$$

dobija se:

$$f = -\ell = -50\,cm \quad j = \frac{1}{f} = -2\,D\,.$$

11.4. Kakve naočare treba da nosi:

a) dalekovid čovek kome je daljina jasnog vida $50\,cm$;

b) kratkovid čovek kome je daljnja tačka akomodacije $40\,cm$?

REŠENJE:

a) Sa naočarima, daljina jasnog vida je $s = 25\,cm$, a bez njih $s_1 = 50\,cm$. Prema tome, ako se predmet nalazi na rastojanju s, njegov imaginarni lik u sočivu naočara treba da bude na rastojanju s_1 od oka:

$$j = \frac{1}{s} - \frac{1}{s_1} \quad \Rightarrow \quad j = +2\,D\,.$$

b) Sa naočarima, daljnja tačka akomodacije je beskonačno daleka, a bez naočara je $x = 40\,cm$. Dakle, imaginarni lik beskonačno dalekog predmeta u sočivu naočara treba da se formira na rastojanju x od oka:

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f} = j \quad \Rightarrow \quad j = -\frac{1}{x} = -2,5\,D\,.$$

11.5. Bliska i daljnja tačka akomodacije kratkovidog čoveka su $8\,cm$ i $17\,cm$. Koliko iznose ove tačke ako čovek stavi naočare jačine $-4\,D$?

REŠENJE:

Neka je $x = 8\,cm$ bliska tačka akomodacije samog oka, a x' bliska tačka akomodacije oka sa sočivom naočara. Kada se predmet nalazi na rastojanju x', njegov lik u sočivu naočara formira se na rastojanju x od oka:

$$\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = -\frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad x' = \frac{x\,f}{f - x} \approx 12\,cm.$$

Na sličan način se dobija da je daljnja tačka akomodacije:

$$y' = \frac{y\,f}{f - y} = 53\,cm.$$

Zadaci za samostalni rad:

11.6. Za čitanje teksta čovek koristi naočare jačine $-4\,D$. Na kolikom rastojanju on treba da drži ravno ogledalo da bi u njemu video svoj lik bez korišćenja naočara?

11.7. Čovek normalnog vida stavio je naočare jačine $+3\,D$.

a) Na kolikom rastojanju on treba da drži predmet da bi ga jasno video bez naprezanja očnog mišića?;

b) Na kolikom maksimalnom rastojanju čovek može da drži predmet da bi ga video?

11.8. Odrediti jačinu sočiva potrebnog za korekciju kratkovidog oka, kod koga je najdalja tačka jasnog vida na udaljenosti od $1\,m$, a najbliža tačka jasnog vida na $25\,cm$. Uzeti da je udaljenost mrežnjače od očnog sočiva $\ell \approx 2\,cm$.

11.9. Kratkovida osoba ima najbližu tačku jasnog vida na $15\,cm$ od oka bez naočara. Kolika će biti daljina jasnog vida ako osoba nosi naočare sa korektivnim sočivima od $-1\,D$?

11.10. Odrediti jačinu korektivnog sočiva kod dalekovidog oka potrebnu da omogući osobi, čija je najbliža tačka jasnog vida $2\,m$, da čita tekst bez naprezanja na udaljenosti od $0,25\,m$.

Fotometrija

12.1. Sa koje udaljenosti posmatrač još uvek može da vidi upaljenu cigaretu u potpuno mračnoj noći, ako je svetlosni intenzitet upaljene cigarete $I = 0,0025\,cd$? Najmanji svetlosni fluks koji okom može da se zapazi je $\Phi = 10^{-13}\,\ell m$, a površina zenice u mraku iznosi $S = 0,4\,cm^2$.

REŠENJE:

Zenicu oka smatraćemo tačkastom, tako da je njena osvetljenost:

$$E = \frac{I}{r^2}\cos\,\alpha\;.$$

Odavde se za udaljenost između izvora svetlosti i zenice dobija:

$$r = \sqrt{\frac{I\cos\alpha}{E}}\;. \qquad (1)$$

Svetlosni fluks koji stiže do zenice je $\Phi = E \cdot S$, gde je E osvetljenost zenice, a S njena površina. Sledi da je:

$$E = \frac{\Phi}{S}\;. \qquad (2)$$

Uvrštavanjem izraza (2) u izraz (1) dobija se:

$$r = \sqrt{\frac{IS\cos\alpha}{\Phi}}\;.$$

Ovo rastojanje najveće je za $\alpha = 0$, tj. za $\cos\alpha = 1$, kada svetlost upada normalno na površinu zenice. Traženo rastojanje prema tome iznosi:

$$r = \sqrt{\frac{IS}{\Phi}} = 1000\,m\;.$$

12.2. Tačkast izvor svetlosti S jačine $I = 100\,cd$ postavljen je u geometrijskom centru prostorije u obliku kocke sa ivicom $a = 4\,m$. Odrediti:

a) ukupan svetlosni fluks koji pada na pod prostorije;

b) srednju osvetljenost poda;

c) najveću i najmanju vrednost osvetljenosti poda.

REŠENJE:

a) Ukupan svetlosni fluks koji daje svetlosni izvor je:

$$\varPhi = 4\pi I \ .$$

Svetlosni fluks $\varPhi_1$ koji pada na pod prostorije je:

$$\varPhi_1 = \frac{1}{6}\varPhi = \frac{2\pi}{3} I = 209,33\,\ell m \ .$$

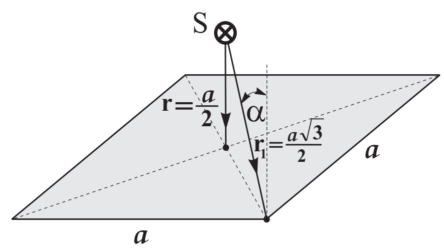
b) Srednja osvetljenost poda iznosi:

$$E = \frac{\varPhi_1}{a^2} = 13,08\,\ell x \ .$$

c) Najosvetljenija tačka poda nalazi se u preseku dijagonala, neposredno ispod sijalice ($\alpha = 0$), tako da je:

$$E_{\max} = \frac{I}{r^2} = \frac{I}{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \frac{4I}{a^2} = 25\,\ell x \ .$$

Najmanju osvetljenost imaju tačke koje leže u temenima kvadrata. Njihovo rastojanje od izvora je:



$$r_1 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \ ,$$

odnosno polovina prostorne dijagonale kocke, dok je:

$$\cos\alpha = \frac{\dfrac{a}{2}}{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \ .$$

Dakle, za minimalnu osvetljenost se dobija:

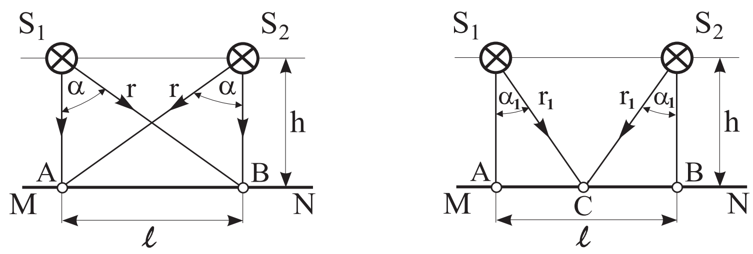
$$E_{\min} = \frac{I}{r_1^2}\cos\alpha = \frac{4\sqrt{3}I}{9a^2} = 4,8\,\ell x \ .$$

12.3. Dva tačkasta svetlosna izvora S_1 i S_2 osvetljavaju površinu MN. Izvori se nalaze na međusobnom rastojanju $\leq = 1\,m$ i na visini $h = 2\,m$ iznad površine koju osvetljavaju.

a) Koliko iznose osvetljenosti u tačkama A i B, ako svaki od svetlosnih izvora emituje totalni svetlosni fluks od $\Phi = 2100\,\ell m$?

b) Koliko iznosi osvetljenost tačke C koja leži na sredini rastojanja između A i B?

REŠENJE:



a) b)

a) Osvetljenosti tačaka A i B međusobno su jednake i predstavljaju zbir osvetljenosti koje potiču od izvora S_1 i S_2, odnosno:

$$E_A = E_B = E_1 + E_2 \ , \tag{1}$$

gde je E_1 osvetljenost u tački A koja potiče od izvora S_1, a E_2 osvetljenost tačke A koja potiče od izvora S_2. Prema tome:

$$E_1 = \frac{I}{h^2} \quad \text{i} \quad E_2 = \frac{I}{r^2}\cos\alpha \ , \tag{2}$$

gde je $I = \Phi/4\pi$ intenzitet izvora S_1 i S_2. Sa slike se vidi da važi:

$$r^2 = h^2 + \ell^2 \ , \tag{3}$$

kao i da je:

$$\cos\alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \ell^2}} \ . \tag{4}$$

Uvrštavanjem izraza (2), (3) i (4) u izraz za osvetljenost, konačno se dobija:

$$E_A = E_B = \frac{\Phi}{4\pi h^2}\left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{\ell^2}{h^2}\right)^{3/2}}\right] = 71,7\,\ell x \ .$$

b) Osvetljenost tačke C jednaka je:

$$E_C = E_1' + E_2' = 2E_1' \ ,$$

gde je:

$$E_1' = \frac{I}{{r_1}^2} \cos\alpha_1 \ .$$

Važe takođe i relacije (videti sliku):

$${r_1}^2 = h^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \qquad \text{i} \qquad \cos\alpha_1 = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2}} \ .$$

Odavde se za osvetljenost tačke C dobija:

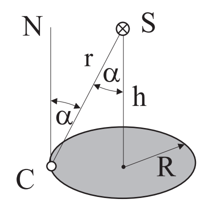
$$E_C = \frac{\Phi}{2\pi h^2} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\ell}{2h}\right)^2\right]^{3/2}} = 76,3\,\ell x \ .$$

12.4. Na stubu visokom $h = 6\,m$ nalazi se svetlosni izvor jačine $I = 3000\,cd$. Koliko iznosi površina kruga, na zemlji ispod stuba, unutar kojeg osvetljenost nije manja od $E_C = 2\,\ell x$?

REŠENJE:

Sa slike se vidi da je osvetljenost tačke C:

$$E_C = \frac{I}{r^2} \cos\alpha \ ,$$



gde je $r^2 = R^2 + h^2$, a $\cos\alpha = \dfrac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}}$. Tako se za osvetljenost E_C dobija izraz:

$$E_C = \frac{Ih}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \ .$$

Rešavanjem ovog izraza po R^2 dobija se:

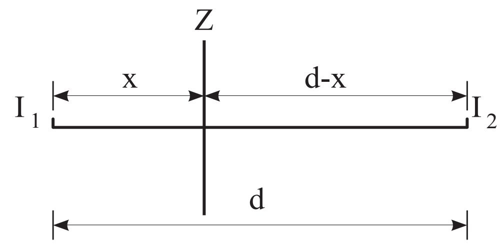
$$R^2 = \sqrt[3]{\frac{I^2 h^2}{E_C^2}} - h^2 \ .$$

Prema tome, tražena površina kruga $S = R^2\pi$ iznosi:

$$S = \left[\sqrt[3]{\left(\frac{Ih}{E_C}\right)^2} - h^2\right] \cdot \pi = 1243,4\,m^2 \ .$$

12.5. Dve sijalice intenziteta $I_1 = 5\,cd$ i $I_2 = 20\,cd$ nalaze se na međusobnom rastojanju $d = 150\,cm$. Odrediti na kom mestu treba postaviti zaklon, da bi se sa obe njegove strane postigla ista osvetljenost?

REŠENJE:



Prema uslovu zadatka mora biti ispunjeno:

$$E_1 = E_2 \ , \tag{1}$$

gde su E_1 i E_2 osvetljenosti jedne i druge strane zaklona, odnosno:

$$E_1 = \frac{I_1}{x^2} \quad \text{i} \quad E_2 = \frac{I_2}{(d-x)^2} \ . \tag{2}$$

Izjednačavanjem poslednje dve jednačine dobija se:

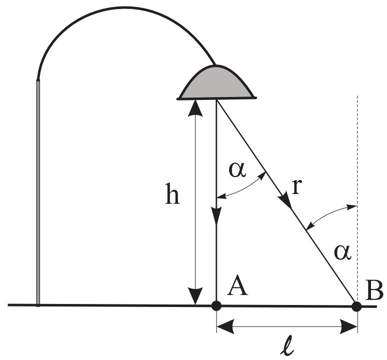
$$\left(\frac{d-x}{x}\right)^2 = \frac{I_2}{I_1}$$

odakle je:

$$x = \frac{d}{1 + \sqrt{\frac{I_2}{I_1}}} = 0,5\,m \ .$$

12.6. Ulična svetiljka nalazi se na visini $h = 10\,m$ iznad tla. Odrediti udaljenost tačaka A i B na zemlji, ako je poznato da je odnos osvetljenosti u tim tačkama $E_A/E_B = 8$. Tačka A nalazi se neposredno ispod svetiljke.

REŠENJE:



Osvetljenost tačke A je:

$$E_A = \frac{I}{h^2} \;, \tag{1}$$

a tačke B:

$$E_B = \frac{I}{r^2} \cos\alpha \;, \tag{2}$$

sa slike se vidi da je:

$$r^2 = h^2 + \ell^2 \quad \text{i} \quad \cos\alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2+\ell^2}} \;.$$

Prema tome, osvetljenost (2) može se napisati kao:

$$E_B = \frac{Ih}{\sqrt{(h^2+\ell^2)^3}} \;, \tag{3}$$

gde je ℓ rastojanje između tačaka A i B, tj. $\overline{AB} = \ell$. Uvrštavanjem izraza (1) i (3) u uslov zadatka: $E_A/E_B = 8$, dobija se:

$$8h^3 = \sqrt{(h^2+\ell^2)^3} \;. \tag{4}$$

Rešavanjem jednačine (4) po ℓ sledi:

$$\ell = h \cdot \sqrt{\sqrt[3]{64} - 1} = 17{,}3\, m \;.$$

12.7. Površina laboratorije za fiziku iznosi $S = 80\,m^2$, a njena srednja osvetljenost je $E = 50\,\ell x$. Koliki je intenzitet svetlosti koji daju električne sijalice, ako se za osvetljavanje laboratorije koristi $\eta = 25\%$ ukupnog svetlosnog fluksa koji emituju sijalice?

REŠENJE:

Srednja osvetljenost laboratorije iznosi:

$$E = \frac{\Phi}{S} \,, \tag{1}$$

gde je Φ svetlosni fluks koji pada na površinu laboratorije S. Odavde sledi da je:

$$\Phi = E \cdot S = 4 \cdot 10^3\,\ell m \,, \tag{2}$$

ukupan svetlosni fluks kojim je laboratorija osvetljena. Ovaj fluks predstavlja $\eta = 25\%$ od ukupnog svetlosnog fluksa Φ_0 koji sijalice emituju, pa je prema tome:

$$\Phi = \eta \cdot \Phi_0 \,,$$

odnosno:

$$\Phi_0 = \frac{\Phi}{\eta} = 16 \cdot 10^3\,\ell m \,. \tag{3}$$

Za traženi intenzitet svetlosti dobija se:

$$I = \frac{\Phi_0}{4\pi} = \frac{E\,S}{4\pi\eta} = 1274\,cd \,.$$

12.8. Sijalica snage $P = 60\,W$ izrači $\eta = 2\%$ utrošene električne energije u vidu svetlosti. Izračunati intenzitet svetlosnog izvora (sijalice), smatrajući sijalicu izotropnim tačkastim izvorom.

REŠENJE:

Svetlosni fluks Φ koji emituje sijalica iznosi $\eta = 2\%$ od ukupne snage sijalice, odnosno:

$$\Phi = \eta \cdot P = 1,2\,W \,,$$

što u vizuelnim jedinicama iznosi:

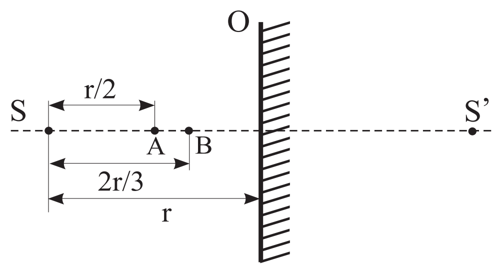
$$\Phi = \frac{1,2}{0,0016}\,\ell m = 750\,\ell m \,.$$

Kako se sijalica smatra izotropnim izvorom, sledi da je intenzitet sijalice:

$$I = \frac{\Phi}{4\pi} = 60\,cd\ .$$

12.9. Na rastojanju $r = 70\,cm$ od tačkastog svetlosnog izvora S jačine $I = 20\,cd$ nalazi se ravno ogledalo O. Odrediti osvetljenosti E_A i E_B u tačkama A i B, koje se nalaze na rastojanjima $r_A = r/2$ i $r_B = 2r/3$ od svetlosnog izvora S, kao što je prikazano na slici.

REŠENJE:



Zbog prisustva ravnog ogledala O, u njemu se formira imaginaran lik S' izvora S, kao što je prikazano na slici. Osvetljenosti tačaka A i B jednake su zbiru osvetljenosti ovih tačaka koje potiču od svakog od ovih izvora posebno, odnosno:

$$E_A = E_A^S + E_A^{S'} \quad \text{i} \quad E_B = E_B^S + E_B^{S'}\ , \tag{1}$$

gde je:

$$E_A^S = \frac{I}{{r_A}^2} \quad \text{i} \quad E_A^{S'} = \frac{I}{(2r - r_A)^2}\ , \tag{2}$$

odnosno za tačku B :

$$E_B^S = \frac{I}{{r_B}^2} \quad \text{i} \quad E_B^{S'} = \frac{I}{(2r - r_B)^2}\ , \tag{3}$$

Uvrštavanjem $r_A = r/2$ i $r_B = 2r/3$ u gornje izraze, za osvetljenost tačaka A i B konačno se dobija:

$$E_A = \frac{40}{9} \cdot \frac{I}{r^2} = 181,4\,\ell x\ ,$$

$$E_B = \frac{45}{16} \cdot \frac{I}{r^2} = 114,8\,\ell x\ .$$

Zadaci za samostalni rad:

12.10. Svetlost sijalice pada na knjigu koja se nalazi na stolu pod uglom $\alpha = 60^\circ$ prema ravni stola i na njoj stvara osvetljenost $E = 70\,\ell x$. Svetlosna jačina sijalice u svim pravcima iznosi $I = 200\,cd$. Na kolikom rastojanju i na kojoj visini se nalazi sijalica u odnosu na knjigu?

12.11. Kolika je srednja osvetljenost poda fiskulturne sale površine $S = 72\,m^2$, ako se za njegovo osvetljavanje koristi $\eta = 25\%$ ukupnog svetlosnog fluksa $\Phi_0 = 12000\,\ell m$ koji emituju električne sijalice na tavanici?